

310332

B. Sc. (Third Year) Examination, May 2023

(For Regular/Private/Ex./Suppl. Students)

MATHEMATICS

Paper : First

(Linear Algebra and Numerical Analysis)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40 Reg. / 50 Pvt.

नियमित परीक्षार्थियों के लिए निर्देश—

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। खण्ड-अ से वस्तुनिष्ठ 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है। खण्ड-ब से लघु उत्तरीय 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है। खण्ड-स से दीर्घ उत्तरीय 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

For direction of regular students :

All questions are compulsory. Section-A Objective type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 1 mark. Section-B Short answer type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 2 marks. Section-C Long

310332

PTO

121

answer type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 5 marks.

स्वाध्यायी परीक्षार्थियों के लिए निर्देश—

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। खण्ड-अ से वस्तुनिष्ठ 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है। खण्ड-ब से लघु उत्तरीय 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है। खण्ड-स से दीर्घ उत्तरीय 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

For direction of private students :

All questions are compulsory. Section-A Objective type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 1 mark. Section-B Short answer type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 3 marks. Section-C Long answer type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 6 marks.

खण्ड-'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

(Objective Type Questions)

1. सही उत्तर का चयन कीजिये—

Choose the correct answer :

310332

- (i) मान लो F एक क्षेत्र है तथा K इसका उपक्षेत्र है तो निम्न में से कौन-सी बीजीय संरचना सदिश समष्टि नहीं है—

(a) $F(K)$

(b) $F(F)$

(c) $K(F)$

(d) इनमें से कोई नहीं

Let F be a field and K be its sub-field then which of the following algebraic structure is not a vector space :

(a) $F(K)$

(b) $F(F)$

(c) $K(F)$

(d) None of these

- (ii) निम्न में से कौन सा प्रतिचित्रण $T : V_2(R) \rightarrow V_2(R)$

रेखिक रूपान्तरण है—

(a) $T(x, y) = |x - y|$

(b) $T(x, y) = (x^3, y^3)$

(c) $T(x, y) = (1 + x, y)$

(d) $T(x, y) = (x + y, x)$

Which of the following mapping $T : V_2(R) \rightarrow V_2(R)$ is a linear transformation :

(a) $T(x, y) = |x - y|$

(b) $T(x, y) = (x^3, y^3)$

(c) $T(x, y) = (1 + x, y)$

(d) $T(x, y) = (x + y, x)$

- (iii) सदिश $\alpha \in V(F)$ प्रसामान्य लाम्बिक कहलाता है यदि—

(a) $(\alpha, \alpha) > 0$

(b) $(\alpha, \alpha) < 0$

(c) $(\alpha, \alpha) = 1$

(d) इनमें से कोई नहीं

Vector $\alpha \in V(F)$ is called orthonormal if :

- (a) $(\alpha, \alpha) > 0$
 (b) $(\alpha, \alpha) < 0$
 (c) $(\alpha, \alpha) = 1$
 (d) None of these
- (iv) यदि फलन $f(x)$ अन्तराल $[a, b]$ पर संतत है तथा $f(a)$ और $f(b)$ विपरीत चिन्ह के हैं तब समीकरण $f(x) = 0$ के मूल अन्तराल $[a, b]$ में हैं—
 (a) विषम संख्या में मूल
 (b) सम संख्या में मूल
 (c) कम से कम एक वास्तविक मूल या विषम संख्या में मूल
 (d) इनमें से कोई नहीं

If the function $f(x)$ is continuous on $[a, b]$ and $f(a)$ and $f(b)$ are of opposite sign, then the equation $f(x) = 0$ has roots in the interval

(a, b) :

- (a) An odd number of roots.
 (b) An even number of roots
 (c) At least one real root or an odd number of roots.
 (d) None of these
- (v) कोट की संख्याओं का योग होता है—
 (a) 1
 (b) n
 (c) 2^n
 (d) इनमें से कोई नहीं
- The sum of Cote's number is :
 (a) 1
 (b) n
 (c) 2^n
 (d) None of these

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Short Answer Type Questions)

इकाई-I

Unit-I

2. सदिश समष्टि को उदाहरण सहित समझाइए।

Explain vector space with example.

अथवा

Or

दर्शाइये कि सदिश $(2, 1, 4), (1, -1, 2), (3, 1, -2),$

$R^3(R)$ के लिए एक आधार निर्मित करते हैं।

Show that the vector $(2, 1, 4), (1, -1, 2), (3, 1, -2)$ is

a basis of $R^3(R)$.

इकाई-II

Unit-II

310332

PTO

3. सदिश समष्टि समाकारिता की अष्टि को समझाइए।

Explain kernel of a vector space Homomorphism.

अथवा

Or

दर्शाइए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ विकर्णीय है।

Show that matrix $A = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ is diagonalizable.

इकाई-III

Unit-III

4. यदि α और β किसी आन्तर गुणन समष्टि $V(F)$ के सदिश हैं तब दर्शाइये कि

$$\|\alpha + \beta\|^2 + \|\alpha - \beta\|^2 = 2\|\alpha\|^2 + 2\|\beta\|^2$$

If α and β are vectors of any inner product space

$V(F)$ then show that :

$$\|\alpha + \beta\|^2 + \|\alpha - \beta\|^2 = 2\|\alpha\|^2 + 2\|\beta\|^2$$

अथवा

Or

310332

$V_3(R)$ के निम्न सदिश को प्रासामान्यीकृत कीजिए—

$$\beta = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4} \right)$$

Normalize the following vector of $V_3(R)$

$$\beta = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4} \right)$$

इकाई-IV

Unit-IV

5. अंतर्निहित त्रुटियाँ और रूंडन त्रुटियाँ को समझाइए।

Explain Inherent errors and Truncation errors.

अथवा

Or

विभाजित अंतर को समझाइए।

Explain Divided differences.

इकाई-V

Unit-V

6. गॉस-जोर्डन विधि से हल कीजिए—

$$x + y + z = 9$$

$$2x - 3y + 4z = 13$$

310332

PTO

$$3x + 4y + 5z = 40$$

Solve by Gauss-Jordan method :

$$x + y + z = 9$$

$$2x - 3y + 4z = 13$$

$$3x + 4y + 5z = 40$$

अथवा

Or

आयलर विधि के प्रयोग से अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = xy$,
 $y(0) = 1$ से $y(0.4)$ ज्ञात कीजिए, जबकि $h = 0.1$.

By using Euler's method find $y(0.4)$ for differential
equation $\frac{dy}{dx} = xy$, $y(0) = 1$ when $h = 0.1$.

खण्ड-'स'

Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

(Long Answer Type Questions)

इकाई-I

Unit-I

310332

7. किसी सदिश समष्टि $V(F)$ के एक अरिक्त उपसमुच्चय W को V का एक उपसमष्टि होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबंध यह है कि W सदिश योग और अदिश गुणन के प्रति संवृत हो अर्थात् -

$$(i) \alpha, \beta \in W \Rightarrow \alpha + \beta \in W \quad \forall \alpha, \beta \in W$$

$$(ii) a \in F, \alpha \in W \Rightarrow a\alpha \in W \quad \forall a \in F, \forall \alpha \in W$$

The necessary and sufficient condition for a non-empty subset W of a vector space $V(F)$ to be a subspace of V is that W is closed under vector addition and scalar multiplication in V i.e. :

$$(i) \alpha, \beta \in W \Rightarrow \alpha + \beta \in W \quad \forall \alpha, \beta \in W$$

$$(ii) a \in F, \alpha \in W \Rightarrow a\alpha \in W \quad \forall a \in F, \forall \alpha \in W$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए यदि $V(F)$ एक परिमित विमीय सदिश समष्टि है तब V के दो आधारों में अवयवों की संख्या समान होती है।

Prove that if $V(F)$ is a finite dimensional vector space, then any two bases of V have the same number of elements.

इकाई-II

Unit-II

8. सिद्ध करें यदि $U(F)$ और $V(F)$ दो सदिश समष्टियाँ हों तथा f, U अन्तर्क्षेपी V से एक रेखिक रूपांतरण हो तो f का परिसर $R(f)$ अर्थात् $I_m(f)$, V की एक सदिश उपसमष्टि होती है।

Prove that if $U(F)$ and $V(F)$ are two vector spaces and f is a linear transformation from U into V , then the range of f , $R(f)$ i.e. $I_m(f)$ is a subspace of V .

अथवा

Or

जाति-शून्यता प्रमेय (Rank-Nullity Theorem) का कथन लिखिए और सिद्ध कीजिए। <https://www.rssuonline.com>

State and prove "Rank-Nullity Theorem".

इकाई-III

Unit-III

9. "कौशी-स्वार्ज असमिका" का कथन लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।
State and prove "Cauchy-Schwartz inequality".

परिमित विन्मीय समष्टियों हेतु बेसल की असमिका लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State the prove Bessel's inequality for finite dimensional spaces.

इकाई-IV

Unit-IV

10. समद्विभाजन विधि से समीकरण $x^3 - x - 4 = 0$ का मूल ज्ञात कीजिए।

Find the root of equation $x^3 - x - 4 = 0$ by using Bisection method.

समाकल $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ का मूल्यांकन (i) सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ नियम

से (ii) सिम्पसन के $\frac{3}{8}$ नियम के प्रयोग से कीजिए।

Evaluate $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ by using (i) Simpson's $\frac{1}{3}$ rule

(ii) Simpson's $\frac{3}{8}$ rule.

11. LU वियोजन विधि के प्रयोग से निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए—

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10$$

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 14$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14$$

Solve the following equation by using LU decomposition method :

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10$$

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 14$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14$$

संशोधित आयलर विधि से समीकरण $\frac{dy}{dx} = 1 - y$ को हल

कीजिए, दिया गया है $y(0) = 0$ तथा y का मान $x = 0.1,$

$0.2, 0.3$ पर ज्ञात कीजिए। यथार्थ हल से अपने परिणामों की तुलना कीजिए।

Solve the equation $\frac{dy}{dx} = 1 - y$, given that $y(0) = 0$ using modified Euler's method and find the values of y at $x = 0.1, 0.2, 0.3$. Compare your results with the exact solution.

<https://www.rssuonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से